综合测评

单元测试卷（一）

（考查范围：第一章　时间：120分钟　分值：150分）

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 命题“$\exists x>0, x^{2\,025}-2\,025>0$”的否定是（　　）

A. $\exists x\leqslant 0, x^{2\,025}-2\,025<0$　　B. $\exists x<0, x^{2\,025}-2\,025\leqslant 0$

C. $\forall x>0, x^{2\,025}-2\,025\leqslant 0$　　D. $\forall x>0, x^{2\,025}-2\,025<0$

2.（2025·新高考Ⅱ卷）已知集合 $A=\{-4,0,1,2,8\}$，$B=\{x\mid x^3=x\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A.$\{0,1,2\}$　　B.$\{1,2,8\}$　　C.$\{2,8\}$　　D.$\{0,1\}$

3.（2023·全国乙卷）设全集 $U=\{0,1,2,4,6,8\}$，集合 $M=\{0,4,6\}$，$N=\{0,1,6\}$，则 $M\cup \complement_U N=$（　　）

A.$\{0,2,4,6,8\}$　　B.$\{0,1,4,6,8\}$

C.$\{1,2,4,6,8\}$　　D.U

4. 若集合 $M=\{(x-y,x+y)\mid y=3x\}$，则（　　）

A.$(-1,-2)\in M$　　B.$(1,2)\in M$

C.$(-2,-4)\in M$　　D.$(-2,4)\in M$

5. 对任意实数 a,b,c，给出下列命题，其中真命题是（　　）

A.“$a=b$”是“$ac=bc$”的充要条件

B.“$a>b$”是“$a^2>b^2$”的充分条件

C.“$a<5$”是“$a<3$”的必要条件

D.“$a+5$ 是无理数”是“a 是无理数”的充分不必要条件

6. 已知集合 $A=\{x\mid ax^2-3x+2=0\}$ 的子集只有两个，则实数 a 的值为（　　）

A.$\frac{9}{8}$　　B.0　　C.$\frac{9}{8}$或0　　D.无法确定

7.“$a>1$ 且 $b>2\,024$”是“$a+b>2\,025$”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

8. 已知 U 为全集，其三个非空子集 A,B,C 满足 $A\subseteq B\subseteq C$，则下列集合为空集的是（　　）

A.$(\complement_U A)\cap B$　　B.$(\complement_U B)\cap C$

C.$(\complement_U C)\cap A$　　D.$A\cap B\cap C$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9.已知 $A\subseteq B$，$A\subseteq C$，$B=\{2,0,1,8\}$，$C=\{1,9,3,8\}$，则 A 可以是 （　　）

A.$\{1,8\}$　　B.$\{2,3\}$　　C.$\{1\}$　　D.$\{2\}$

10.下列命题正确的是 （　　）

A.命题“$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+x+1\geqslant 0$”的否定是“$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+x+1<0$”

B.“$a+b=0$”的充要条件是“$\dfrac{b}{a}=-1$”

C.$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2>0$

D.“$a>1$，$b>1$”是“$ab>1$”的充分条件

11.取整函数 $y=[x]$中，$[x]$表示不超过 x 的最大整数，如$[1.2]=1$，$[2]=2$，$[-1.2]=-2$.取整函数在现实生活中有着广泛的应用.以下关于取整函数的命题是真命题的有（　　）

A.$\forall x\in\mathbf{R}$，$[2x]=2[x]$

B.$\exists x\in\mathbf{R}$，$[2x]=2[x]$

C.$\forall x,y\in\mathbf{R}$，若$[x]=[y]$，则 $x-y<1$

D.$\forall x,y\in\mathbf{R}$，$[x+y]\leqslant[x]+[y]$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12.某班 50 名学生做物理、化学两种实验，已知物理实验做对的有 40 人，化学实验做对的有 31 人，两种实验都做错的有 4 人，则这两种实验都做对的有_____人.

13.若命题“$\forall x\in\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$，$x-a\geqslant 0$”是真命题，则实数 a 的取值范围是_____.

14.中国古代数学专著《孙子算经》中有一个问题：“今有三女，长女五日一归，中女四日一归，少女三日一归，问：三女几何日相会?”此三女前三次相会经过的天数组成的集合用列举法可表示为_____，此三女相会经过的天数组成的集合用描述法可表示为_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15.(13 分)已知集合 $A=\{x\mid 2a-1<x<a+1\}$，$B=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$.

(1)在①$a=-1$，②$a=0$，③$a=1$ 这三个条件中选择一个作为已知条件，求 $A\cup B$；

(2)若 $A\cap\complement_{\mathbf{R}}B=A$，求实数 a 的取值范围.

16.(15 分)已知集合 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$,集合 $B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$,集合 $C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$.

(1)若 $A\cap B=\{2\}$,求实数 a 的值;

(2)若 $A\cap B\neq\varnothing$,$A\cap C=\varnothing$,求实数 a 的值.

17.(15 分)已知集合 $A=\left\{x\mid \frac{1}{2}<x<2\right\}$,$B=\{x\mid a-2<x<a+2\}$.

(1)若 $C=\{3,4,a^2+2a-3\}$,$0\in(B\cap C)$,求实数 a 的值;

(2)从①$A\cap B=A$,②$A\cap \complement_{\mathbf{R}}B=\varnothing$,③$B\cup \complement_{\mathbf{R}}A=\mathbf{R}$ 这三个条件中选择一个作为已知条件,求实数 a 的取值范围.

18.(17 分)已知命题 $p:\exists x\in\{x\mid 6\leqslant x\leqslant 20\},x<2a$,命题 $q:\forall x\in\mathbf{R},x^2+2x-a>0$.

(1)若命题 p 和命题 $\neg q$ 有且只有一个为假命题,求实数 a 的取值范围;

(2)若命题 p 和命题 q 至少有一个为真命题,求实数 a 的取值范围.

19.(17 分)定义两种新运算“$\oplus$”与“$\otimes$”,满足如下运算法则:对任意 $a,b\in\mathbf{R}$,有 $a\oplus b=ab$,$a\otimes b=\dfrac{a-b}{(a+b)^2+1}$.设全集 $U=\{x\mid x=(a\oplus b)+(a\otimes b),-2<a\leqslant b<1,\text{且 }a\in\mathbf{Z},b\in\mathbf{Z}\}$,集合 $A=\left\{x\,\middle|\,x=2(a\oplus b)+\dfrac{a\otimes b}{b},-1<a<b<2,\text{且 }a\in\mathbf{Z},b\in\mathbf{Z}\right\}$,$B=\{x\mid x^2-3x+m=0\}$.

(1)求集合 U 和 A.

(2)集合 A,B 是否能满足 $B\cap\complement_U A=\varnothing$? 若能,求出实数 m 的取值范围;若不能,请说明理由.

单元测试卷（二）

（考查范围：第二章　时间：120分钟　分值：150分）

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 不等式 $x^2-2<0$ 的解集为 （　　）

A. $\{x\mid 0<x<\sqrt{2}\}$　　B. $\{x\mid -\sqrt{2}<x<0\}$

C. $\{x\mid x<-\sqrt{2}$ 或 $x>\sqrt{2}\}$　　D. $\{x\mid -\sqrt{2}<x<\sqrt{2}\}$

2. 某人元旦回家共225 km，准备先坐动车再转汽车，从动车转汽车耗时10 min，转汽车时离家还有30 km.已知动车的平均速度为300 km/h，汽车的平均速度为 x km/h.若从坐动车开始能在1 h内到家，则 x 应满足的不等式为 （　　）

A. $\dfrac{225}{300+x}+\dfrac{1}{6}<1$　　B. $\dfrac{225}{300+x}+10<60$

C. $\dfrac{195}{300}+\dfrac{30}{x}+10<60$　　D. $\dfrac{195}{300}+\dfrac{30}{x}+\dfrac{1}{6}<1$

3. 已知 $x>0$，$y>0$，$x+3y=6$，则 xy 的最大值为 （　　）

A.3　　B.6　　C.9　　D.12

4. 已知 $-1\leqslant a\leqslant 3$，$2\leqslant b\leqslant 4$，则 $2a-b$ 的取值范围为 （　　）

A. $-6\leqslant 2a-b\leqslant 4$　　B. $0\leqslant 2a-b\leqslant 10$

C. $-4\leqslant 2a-b\leqslant 2$　　D. $-5\leqslant 2a-b\leqslant 1$

5. 不等式 $\dfrac{x-2}{x+1}\leqslant 0$ 的解集是 （　　）

A. $\{x\mid x<-1$，或 $-1<x\leqslant 2\}$　　B. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$

C. $\{x\mid x<-1$，或 $x\geqslant 2\}$　　D. $\{x\mid -1<x\leqslant 2\}$

6. 设 $A=\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}$，其中 a，b 是正实数，且 $a\neq b$，$B=-x^2+4x-2$，则 A 与 B 的大小关系是 （　　）

A. $A\geqslant B$　　B. $A>B$　　C. $A<B$　　D. $A\leqslant B$

7. 若关于 x 的不等式 $x^2-(k+1)x+k<0$ 的解集中恰有2个整数，则实数 k 的取值范围为 （　　）

A. $\{k\mid -2<k\leqslant -1$ 或 $3<k\leqslant 4\}$　　B. $\{k\mid -2\leqslant k\leqslant -1$ 或 $3\leqslant k\leqslant 4\}$

C. $\{k\mid -2\leqslant k<-1$ 或 $3\leqslant k<4\}$　　D. $\{k\mid -2\leqslant k<-1$ 或 $3<k\leqslant 4\}$

8. 已知 $a>b>0$，当代数式 $2a^2+\dfrac{2}{b(a-b)}$ 取最小值时，$a+2b$ 的值为 （　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B.4　　C. $4\sqrt{2}$　　D.8

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9.已知 $a,b,c\in\mathbf{R}$，且 $a<b<0$，则 （　　）

A.$a^2+c>b^2+c$　　B.$a^2c>b^2c$

C.$a+c^2<b+c^2$　　D.$ac^2-b<bc^2-a$

10.已知函数 $y=x^2+ax+b(a\neq0)$ 有且只有一个零点，则 （　　）

A.$a^2-b^2\leqslant4$

B.$a^2+\dfrac{1}{b}\leqslant4$

C.若不等式 $x^2+ax-b<0$ 的解集为 $\{x\mid x_1<x<x_2\}$，则 $x_1x_2>0$

D.若不等式 $x^2+ax+b<c$ 的解集为 $\{x\mid1<x<3\}$，则 $c=1$

11.设 $a>1,b>1$，且 $ab-(a+b)=1$，则 （　　）

A.$a+b$ 有最小值 $2(\sqrt{2}+1)$　　B.$a+b$ 有最大值 $(\sqrt{2}+1)^2$

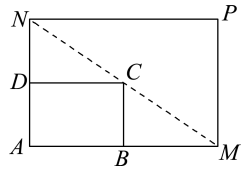
C.ab 有最大值 $3+2\sqrt{2}$　　D.ab 有最小值 $3+2\sqrt{2}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12.已知 $a,b\in\mathbf{R}$，$a<b$ 和 $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$ 同时成立的条件是_____.

13.已知不等式 $x^2-ax-b<0$ 的解集为 $\{x\mid2<x<3\}$，则不等式 $bx^2-ax-1>0$ 的解集为_____.

14.如图，将一矩形花坛 $ABCD$ 扩建成一个更大的矩形花坛 $AMPN$，要求点 B 在 AM 上，点 D 在 AN 上，且对角线 MN 过点 C.已知 $AB=3,AD=2$，那么要使矩形花坛 $AMPN$ 的面积大于 27，则 DN 的取值范围为_____.



四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15.(13 分)已知 $a>0,b>0,a+b=3ab$.

(1)求 $a+b$ 的最小值；

(2)证明：$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\geqslant\dfrac{8}{9ab}$.

16.(15 分)某公司计划租地建造仓库存储货物,经过市场调查了解到下列信息:每月土地占用费 y_1(单位:万元)与仓库到车站的距离 x(单位:km)成反比,每月库存货物费 y_2(单位:万元)与 x 成正比.若在距离车站 10 km 处建仓库,则 y_1 和 y_2 分别为 2 万元和 8 万元.

(1)若每月土地占用费与每月库存货物费之和不超过 10 万元,则仓库到车站的距离 x 应该在什么范围?

(2)这家公司把仓库建在距离车站多远处,才能使得两项费用之和最小?并求出最小费用.

17.(15 分)已知 $a>0,b>0,c>0,d>0,a^2+b^2=ab+1,cd>1$.

(1)求证:$a+b\leqslant 2$;

(2)判断等式 $\sqrt{ac}+\sqrt{bd}=c+d$ 能否成立,并说明理由.

18.(17 分)已知 $ax^2+2ax+1\geqslant 0$ 恒成立.

(1)求 a 的取值范围;

(2)解关于 x 的不等式 $x^2-x-a^2+a<0$.

19.(17 分)若方程 $x^2+mx+n=0(m,n\in\mathbf{R})$有两个不相等的实数根 x_1,x_2,且$(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4$.

(1)求证:$m^2=4n+4$;

(2)若 $m\leqslant -4$,求$\dfrac{x_1^2}{x_2}-\dfrac{4}{x_1+x_2}+\dfrac{x_2^2}{x_1}$的最小值.

单元测试卷（三）

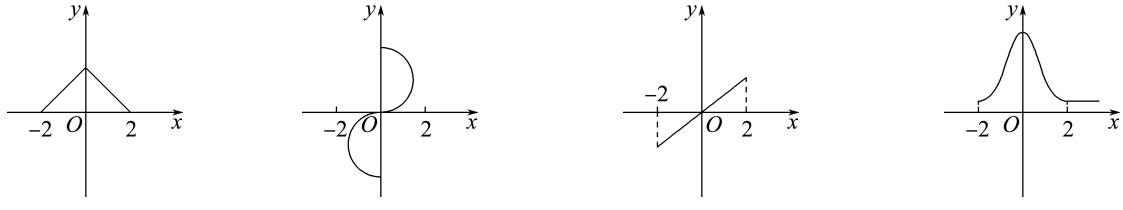
（考查范围：第三章　时间：120分钟　分值：150分）

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+1,x>0,\\ \pi,x=0,\\ x^2-1,x<0,\end{cases}$ 则 $f(f(-1))=$ （　　）

A.0　　B.π　　C.1　　D.2

2. 已知函数 $f(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数，那么下列各图中最有可能是 $f(x)$ 的图象的是（　　）



A　　B　　C　　D

3. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{-x^2-3x+4}}{x}$ 的定义域为（　　）

A.$[-4,1]$　　B.$[-4,0)\cup(0,1)$

C.$[-4,0)\cup(0,1]$　　D.$(-\infty,-4)\cup[1,+\infty)$

4. 若函数 $f(x)=\dfrac{x}{(2x-1)(x+a)}$ 为奇函数，则实数 $a=$（　　）

A.$\dfrac{1}{2}$　　B.$\dfrac{2}{3}$　　C.$\dfrac{3}{4}$　　D.1

5. 函数 $f(x)=|4-x|\cdot(x-1)$ 的单调递减区间为（　　）

A.$\left(\dfrac{5}{2},4\right)$　　B.$(1,4)$

C.$(-\infty,4)$　　D.$\left(-\infty,\dfrac{5}{2}\right),(4,+\infty)$

6. 如果函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-ax+5,x\leqslant 1,\\ 3-x,x>1\end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数，则实数 a 的取值范围是（　　）

A.$[2,4]$　　B.$[2,+\infty)$　　C.$[2,8]$　　D.$(-\infty,-2]$

7. 已知函数 $f(x)=(m^2-m-5)x^{m^2-6}$ 是幂函数，对任意 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且 $x_1\neq x_2$，满足 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$.若 $a,b\in\mathbf{R}$，且 $a+b>0$，则 $f(a)+f(b)$ 的值（　　）

A.大于0　　B.小于0

C.等于0　　D.无法判断

8. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且对任意 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$，且 $x_1 < x_2$，都有 $f(x_1) - f(x_2) < x_1 - x_2$ 成立，则关于 x 的不等式 $f(1+x^2) + f(1-3x) < x^2 - 3x + 2$ 的解集为 （　　）

A. $(1,2)$　　B. $(1,3)$

C. $(-\infty,1) \cup (2,+\infty)$　　D. $(-\infty,1) \cup (3,+\infty)$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 下列函数中，既是偶函数又在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增的函数为 （　　）

A. $y = x^2$　　B. $y = x$

C. $y = \left|\dfrac{1}{x}\right|$　　D. $y = |x|$

10. 已知奇函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，且在区间 $[a,b]$ $(a < b < 0)$ 上的值域为 $[-3,4]$，则在区间 $[-b,-a]$ 上 （　　）

A. 有最大值 4　　B. 有最小值 -4

C. 有最大值 3　　D. 有最小值 -3

11. 给出定义：若 $m - \dfrac{1}{2} < x \leqslant m + \dfrac{1}{2}$ $(m \in \mathbf{Z})$，则称 m 为离实数 x 最近的整数，记作 $\{x\} = m$. 下列关于函数 $f(x) = |x - \{x\}|$ 的结论正确的是 （　　）

A. 函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，值域为 $\left[0, \dfrac{1}{2}\right]$

B. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \dfrac{k}{2}$ $(k \in \mathbf{Z})$ 对称

C. 函数 $y = f(x)$ 是偶函数

D. 函数 $y = f(x)$ 在 $\left[-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$ 上单调递增

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知 $f(x-1) = x^2 - \dfrac{6}{x}$，则 $f(1) =$ _____.

13. 设函数 $f(x) = \dfrac{x^3 + (x+1)^2}{x^2+1}$ 在区间 $[-2,2]$ 上的最大值为 M，最小值为 N，则 $(M+N-1)^{2\,025}$ 的值为 _____.

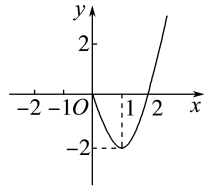
14. 已知 $a \in \mathbf{R}$，函数 $f(x) = \begin{cases} a^2 - ax, x < 1, \\ x^2 - ax, x \geqslant 1. \end{cases}$ 若 $f(f(a)) = 1$，则 $a =$ _____；若不等式 $f(x) \geqslant f(1)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是 _____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（13 分）已知函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示，函数 $f(x)$ 为奇函数，当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)=2x^2-4x$.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式，补全函数 $f(x)$ 的图象，并求不等式 $xf(x)>0$ 的解集；

（2）若函数 $f(x)$ 在区间 $[-1,a-2]$ 上单调递减，求实数 a 的取值范围.



16.（15 分）若点 $(\sqrt{2},2)$ 在幂函数 $f(x)$ 的图象上，点 $\left(2,\frac{1}{2}\right)$ 在幂函数 $g(x)$ 的图象上，函数 $h(x)=\begin{cases}f(x),f(x)\leqslant g(x),\\ g(x),f(x)>g(x),\end{cases}$ 求函数 $h(x)$ 的最大值以及单调区间.

17.（15 分）函数 $f(x)=\frac{ax-b}{4-x^2}$ 是定义在 $(-2,2)$ 上的奇函数，且 $f(1)=\frac{1}{3}$.

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）解关于 t 的不等式 $f(t-1)+f(t)<0$.

18.(17 分)经过市场调查,可知生产某种 LED 灯需投入的年固定成本为 3 万元,每生产 x 万件该产品,需另投入变动成本$W(x)$万元.在年产量不足 6 万件时,$W(x)=\frac{1}{2}x^2+x$;在年产量不小于 6 万件时,$W(x)=7x+\frac{81}{x}-37$.每件产品售价为 6 元.假设该产品每年的销量等于当年的产量.

(1)写出年利润 $L(x)$(单位:万元)关于年产量 x(单位:万件)的函数解析式.(注:年利润=年销售收入−固定成本−变动成本)

(2)年产量为多少万件时,年利润最大?最大年利润是多少?

19.(17 分)已知函数 $f(x)=x+\frac{k}{x}(k\in\mathbf{R},k<0)$.

(1)判断函数 $f(x)$的奇偶性与单调性,并加以证明;

(2)设函数 $F(x)=x^2+\frac{4}{x^2}-2a\left(x-\frac{2}{x}\right)$,$x\in[1,2]$,$a\in\mathbf{R}$,利用(1)中的结论求函数 $F(x)$的最小值 $g(a)$.

班级＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿　学号＿＿＿＿　得分＿＿＿＿

阶段测试卷

（考查范围：第一～三章　时间：120分钟　分值：150分）

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid 3x+2>0\}$，$B=\{x\mid |x+1|>1\}$，则 $\complement_{\mathbf{R}}(A\cap B)=$（　　）

A.$\left(-\frac{2}{3},+\infty\right)$　　B.$\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]$

C.$(0,+\infty)$　　D.$(-\infty,0]$

2. 下列各组函数中是同一个函数的是（　　）

A.$f(x)=\frac{x-1}{x^2-1}$ 与 $g(x)=\frac{1}{x+1}$　　B.$f(x)=|x|$ 与 $g(x)=\sqrt{x^2}$

C.$f(x)=x^0$ 与 $g(x)=1$　　D.$f(x)=\sqrt{(x-2\,025)^2}$ 与 $g(x)=x-2\,025$

3. 1921年，萧楚女为激励学子刻苦学习，写下“前程万里，毛羽须丰，一旦奋飞何其雄”的诗句.这首诗后来被谱曲，成为宣城中学的校歌《奋飞曲》，在全校师生中争相传颂.“前程万里”是“毛羽须丰”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

4. 若函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{-x+6},x\in[-10,6],\\ -\frac{1}{2}(x-6),x\in(6,8],\end{cases}$ 则（　　）

A.$-1\leqslant f(x)\leqslant 4$　　B.$-1\leqslant f(x)\leqslant 0$

C.$-4\leqslant f(x)\leqslant 1$　　D.$0\leqslant f(x)<2$

5. 函数 $g(x)=x|x+1|+1$ 的单调递减区间为（　　）

A.$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$　　B.$\left[-1,-\frac{1}{2}\right]$

C.$[1,+\infty)$　　D.$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty)$

6. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)$ 单调递增，且 $f(2)=0$，则 $xf(x)>0$ 的解集为（　　）

A.$(-2,2)$　　B.$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

C.$(-2,0)\cup(0,2)$　　D.$(-2,0)\cup(2,+\infty)$

7.已知实数 a,b,c 满足 $5a^2+b^2+c^2=4$，则 $a(2b+c)$ 的最大值为 （　　）

A.1　　B.2　　C.4　　D.8

8.若定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足对 $\forall x_1,x_2\in(0,+\infty)$，当 $x_1\neq x_2$ 时，有 $\frac{x_1f(x_1)-x_2f(x_2)}{x_1-x_2}>0$，则称函数 $f(x)$ 为“理想函数”.根据此定义，下列函数为“理想函数”的是 （　　）

A.$f(x)=-1$　　B.$f(x)=\frac{1}{x^2}$

C.$f(x)=x-1$　　D.$f(x)=x-\frac{1}{x}$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9.下列选项中错误的是 （　　）

A.空集是任何集合的子集

B.任何集合至少有两个子集

C.集合 $\{x\in\mathbf{N}\mid x^3=x\}$ 用列举法表示为 $\{0,1,-1\}$

D.坐标满足方程组 $\begin{cases}x+y=0,\\x-y=-1\end{cases}$ 的点集为 $\left\{x=-\frac{1}{2},y=\frac{1}{2}\right\}$

10.下列命题中，正确的是 （　　）

A.若 $a<b$，则 $a^2<b^2$

B.若 $b>a>0,m>0$，则 $\frac{b}{a}>\frac{b+m}{a+m}$

C.若 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，则 $a>b$

D.若 $-2<a<3,1<b<4$，则 $-5<b-2a<8$

11.已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f\left(\frac{1}{4}\right)\neq0$，若对 $\forall x,y\in\mathbf{R}$，都有 $f(x+y)+f(x)f(y)=16xy$，则 （　　）

A.$f\left(-\frac{1}{4}\right)=0$　　B.$f\left(\frac{1}{4}\right)=2$

C.函数 $f\left(x-\frac{1}{4}\right)$ 为奇函数　　D.函数 $f\left(x+\frac{1}{4}\right)$ 为增函数

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12.设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=x+1$，则 $f(-1)+f(0)=$_____.

13.若“$\exists x\in\mathbf{R},kx^2+kx+1\leqslant0$”是假命题，则 k 的取值范围为_____.

14.已知函数 $f(x)=\frac{-ax}{x^2+1}(a>0)$，$g(x)=-x^2+x$，若对 $\forall x_1\in[1,3]$，$\exists x_2\in[2,3]$，使得 $f(x_1)=g(x_2)$，则实数 a 的取值范围为_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15.(13 分)已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$，$f(0)=4$，不等式 $f(x)<1$ 的解集为$\{x\mid x<-1$，或 $x>3\}$.

(1)求 $f(x)$的解析式；

(2)设 $g(x)=kx^2+f(x)$，不等式 $g(x)<0$ 的解集为$\varnothing$，求实数 k 的取值范围.

16.(15 分)已知全集为 $\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid x^2+x<2\}$，$B=\{x\mid -1<2x+a<4\}$.

(1)当 $a=1$ 时，求 $A\cup B$；

(2)若“$x\in B$”是“$x\in A$”的充分不必要条件，求实数 a 的取值范围.

17.(15 分)已知幂函数 $y=f(x)$的图象过点$\left(3,\frac{1}{3}\right)$.

(1)求函数 $f(x)$的解析式；

(2)用定义证明函数 $f(x)$在区间$(0,+\infty)$上单调递减；

(3)求不等式 $f(|5-x|)<f(|x-1|)$的解集.

18.(17 分)为了贯彻落实“绿水青山就是金山银山”的新发展理念,某县抓住机遇,利用得天独厚的绿色资源和天然氧吧,大力开发旅游康养中心游玩项目.当地某旅游公司计划在今年全年投入固定成本 300 万元,若该项目在今年有游客 x 万人,则需另投入成本$R(x)$万元,且 $R(x)=\begin{cases}35,0<x\leqslant 6,\\ x^2+20x-100,6<x\leqslant 25,\\ 61x+\dfrac{900}{x}-565,x>25.\end{cases}$该游玩项目的门票每张售价为 100 元.为吸引游客,该公司实行门票五折优惠活动.当地政府为鼓励企业更好发展,每年给该游玩项目财政补贴 $10x$ 万元.

(1)求今年该项目的利润 $W(x)$(单位:万元)关于游客人数 x(单位:万人)的函数解析式.(利润=收入-成本)

(2)当今年的游客人数为多少时,该项目所获利润最大?最大利润是多少?

19.(17 分)对于函数 $f(x)$,在其定义域内存在实数 x_0,使 $f(x_0)=x_0$ 成立,则称 x_0 是 $f(x)$的一个不动点.已知函数 $f(x)=ax^2-(b+1)x+2-b(a\neq 0)$,$g(x)=mx-1$.

(1)当 $a=1$,$b=2$ 时,求函数 $f(x)$的不动点;

(2)当 $a=2$ 时,若函数 $f(x)$有两个不动点 x_1,x_2,且 $0<x_1<1$,$x_2>1$,求实数 b 的取值范围;

(3)若函数 $f(x)$的不动点为 -1,2,且对任意 $x_1\in[1,2]$,总存在 $x_2\in[-1,1]$,使得 $f(x_1)g(x_2)=1$ 成立,求实数 m 的取值范围.

单元测试卷(四)

(考查范围:第四章　时间:120分钟　分值:150分)

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 函数 $f(x)=\ln(x^2-x)$ 的定义域为 (　　)

A.$(0,1)$　　B.$[0,1]$

C.$(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$　　D.$(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$

2. 函数 $f(x)=2a^{x-1}-1(a>0$,且 $a\neq1)$ 的图象恒过定点 (　　)

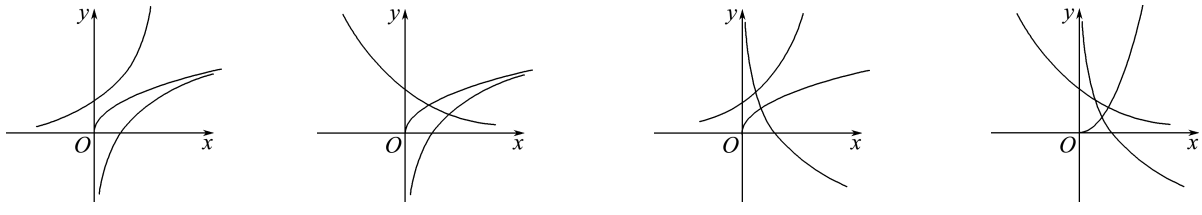
A.$(1,-1)$　　B.$(1,1)$　　C.$(0,1)$　　D.$(0,-1)$

3. 设函数 $f(x)=\log_2 x+2^x-3$,则函数 $f(x)$ 的零点所在的区间为 (　　)

A.$(0,1)$　　B.$(1,2)$

C.$(2,3)$　　D.$(3,4)$

4. 在同一个直角坐标系中,函数 $f(x)=\log_a x$,$g(x)=a^{-x}$,$h(x)=x^a$ 的部分图象可能是 (　　)



A　　B　　C　　D

5. 设 $p:\log_2 x\leqslant0$,$q:2^x\leqslant2$,则 p 是 q 的 (　　)

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

6. 根据有关资料,围棋状态空间复杂度的上限 M 约为 3^{361},而可观测宇宙中普通物质的原子总数 N 约为 10^{80},则下列各数中与 $\dfrac{M}{N}$ 最接近的是(参考数据:$\lg3\approx0.48$) (　　)

A.10^{33}　　B.10^{53}

C.10^{73}　　D.10^{93}

7. 下列式子中,错误的是 (　　)

A.$2.1^{\frac{2}{3}}>2.3^{\frac{2}{3}}>2.1^{\frac{1}{3}}$　　B.$2^{-0.2}<2^{1.6}<0.4^{-2.5}$

C.$\log_{0.9}0.7>\log_{0.9}0.8>\log_{0.8}0.9$　　D.$\log_2 3>\log_3 4>\log_4 5$

8.已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\log_3 x|,0<x\leqslant 3,\\ \frac{1}{2}x^2-5x+\frac{23}{2},x>3,\end{cases}$ 若 $a<b<c<d$，$f(a)=f(b)=f(c)=f(d)$，则 $ab(c+d)=$ （　　）

A.25　　B.20

C.10　　D.5

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9.若函数 $y=a^x-(b+1)(a>0$，且 $a\neq 1)$ 的图象过第一、三、四象限，则必有 （　　）

A.$0<a<1$　　B.$a>1$

C.$b>0$　　D.$b<0$

10.已知函数 $f(x)=\ln x+\ln(2-x)$，则 （　　）

A.$f(x)$ 在 $(0,2)$ 内单调递增

B.$f(x)$ 在 $(0,1)$ 内单调递增，在 $(1,2)$ 内单调递减

C.$y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称

D.$y=f(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称

11.设 $f(x)=\begin{cases}3^x,x\leqslant 0,\\ |\log_3 x|,x>0,\end{cases}$ 若 $f(x)-a=0$ 有三个不同的实数根，则实数 a 的值可以是 （　　）

A.$\frac{1}{2}$　　B.1

C.-1　　D.2

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12.用二分法求函数 $f(x)=x^3-2x-5$ 在区间 $(2,3)$ 内的零点时，取区间 $(2,3)$ 的中点 2.5，则 $f(x)$ 的下一个有零点的区间是_____.

13.已知函数 $f(x)=a\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}$ 的图象关于直线 $x=\ln 2$ 对称，则 a 的值为_____.

14.某地西红柿从 2 月 1 日开始上市，通过市场调查，得到西红柿种植成本 Q[单位：元/(100 kg)] 与上市时间 t（单位：d）的数据如下表：

时间 t/d	60	100	180
种植成本 Q/[元/(100 kg)]	116	84	116

根据上表数据，从下列函数中选取一个函数描述西红柿种植成本 Q 与上市时间 t 的变化关系：$Q=at+b$，$Q=at^2+bt+c$，$Q=a\cdot b^t$，$Q=a\cdot\log_b t$.利用你选取的函数，计算西红柿种植成本最低时的上市天数为_____，最低种植成本是_____元/(100 kg).

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15.(13 分)求下列各式的值.

(1)$\left(5\frac{1}{16}\right)^{0.5}-2\times\left(2\frac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}-2\times(\sqrt{2+\pi})^{0}\div\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$；

(2)$\log_5 35+2\log_{0.5}\sqrt{2}-\log_5\frac{1}{50}-\log_5 14+5^{\log_5 3}$.

16.(15 分)某化工企业致力于改良工艺，使排放的废气中污染物的含量逐渐减少.设改良工艺前所排放的废气中污染物的含量为 r_0 mg/m^3，首次改良工艺后所排放的废气中污染物的含量为 r_1 mg/m^3，第 n 次改良工艺后所排放的废气中污染物的含量为 r_n mg/m^3，则可建立函数模型 $r_n=r_0-(r_0-r_1)\cdot 5^{0.5n+p}(p\in\mathbf{R},n\in\mathbf{N}^*)$，其中 n 是改良工艺的次数.现已知 $r_0=2$，$r_1=1.94$.

(1)试求改良工艺后所排放的废气中污染物的含量关于改良工艺的次数 n 的函数解析式；

(2)若该地环保部门要求，企业所排放的废气中污染物的含量不能超过 0.08 mg/m^3，试问：至少进行多少次改良工艺才能使该企业所排放的废气中污染物的含量达标？(参考数据：lg 2≈0.3)

17.(15 分)已知函数 $f(x)=\log_2\frac{x}{8}\cdot\log_2(2x)$，$g(x)=4^x-2^{x+1}-3$.

(1)求函数 $f(x)$ 的值域；

(2)若不等式 $f(x)-g(a)\leqslant 0$ 对任意实数 $a\in\left[\frac{1}{2},2\right]$ 恒成立，试求实数 x 的取值范围.

18.(17 分)已知函数 $f(x)=a\cdot 3^{x}+\dfrac{1}{3^{x-1}}$ 是定义域为 **R** 的偶函数.

(1)求 a 的值;

(2)若 $g(x)=9^{x}+9^{-x}+mf(x)+m^{2}-1$,求函数 $g(x)$ 的最小值.

19.(17 分)若函数 $f(x)$ 满足对于任意正实数 m,n,都有 $f(m)>0$,$f(n)>0$,且 $f(m)+f(n)<f(m+n)$,则称函数 $f(x)$ 为“速增函数”.

(1)试判断函数 $f_{1}(x)=x^{2}$ 与 $f_{2}(x)=\log_{2}(x+1)$ 是不是“速增函数”;

(2)若函数 $g(x)=2^{x}-1+2a(2^{-x}-1)$ 为“速增函数”,求 a 的取值范围;

(3)若函数 $f(x)$ 为“速增函数”,且 $f(1)=1$,求证:对任意 $x\in(2^{k-1},2^{k})(k\in\mathbf{N}^{*})$,都有 $f(x)-f\left(\dfrac{1}{x}\right)>\dfrac{x}{2}-\dfrac{2}{x}$.

班级＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿　学号＿＿＿＿　得分＿＿＿＿

单元测试卷（五）

（考查范围：第五章　时间：120分钟　分值：150分）

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. $-1\,630°$角的终边在　（　）

A.第一象限　　B.第二象限

C.第三象限　　D.第四象限

2. 已知 $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=2$，则 $\frac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}=$　（　）

A.-2　　B.$-\frac{1}{2}$　　C.$\frac{1}{2}$　　D.2

3. 函数 $f(x)=3\cos x-\sqrt{3}\sin x$ 图象的一条对称轴的方程是　（　）

A.$x=\frac{5\pi}{6}$　　B.$x=\frac{2\pi}{3}$　　C.$x=\frac{\pi}{3}$　　D.$x=-\frac{\pi}{3}$

4. 将函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向右平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位长度所得图象对应的函数为 $g(x)$，则“$\varphi=\frac{\pi}{3}$”是“$g(x)$为偶函数”的　（　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

5. 在$\triangle ABC$中，若 $\cos A\cos B=-\cos^2\frac{C}{2}+1$，则$\triangle ABC$一定是　（　）

A.等腰直角三角形　　B.直角三角形　　C.等边三角形　　D.等腰三角形

6. 若 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$-\frac{\pi}{2}<\beta<0$，$\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\frac{1}{3}$，$\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\cos\left(\alpha+\frac{\beta}{2}\right)=$　（　）

A.$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B.$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C.$\frac{5\sqrt{3}}{9}$　　D.$-\frac{\sqrt{6}}{9}$

7. 已知函数 $f(x)=\sin x+\cos x$ 的定义域为$[a,b]$，值域为$[-1,\sqrt{2}]$，则 $b-a$ 的取值范围是　（　）

A.$\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right]$　　B.$\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right]$　　C.$\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$　　D.$\left[\frac{3\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right]$

8. 已知函数 $y=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 在区间$\left[-\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right]$上单调递增，且在区间$[0,\pi]$上恰好取得一次最大值1，则 ω 的取值范围是　（　）

A.$\left(0,\frac{1}{5}\right]$　　B.$\left[\frac{1}{2},\frac{3}{5}\right]$　　C.$\left[\frac{1}{6},\frac{1}{5}\right]$　　D.$\left[\frac{1}{2},\frac{5}{2}\right)$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 中国传统扇文化有着极其深厚的底蕴.一般情况下，折扇的扇面可看作由从一个圆面中剪下的扇形制作而成.如图，设扇形的面积为 S_1，其圆心角为 θ，圆面中剩余部分的面积为 S_2，当 S_1 与 S_2 的比值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 时，扇面为“美观扇面”，则下列结论正确的是（参考数据：$\sqrt{5}\approx 2.236$）（　　）



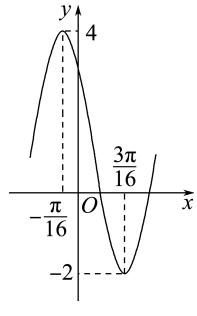
A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{\theta}{2\pi-\theta}$

B. 若 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$，扇形的半径 $R=3$，则 $S_1=2\pi$

C. 若扇面为“美观扇面”，则 $\theta\approx 138^\circ$

D. 若扇面为“美观扇面”，扇形的半径 $R=20$，则此时扇形的面积为 $200(3-\sqrt{5})$

10. 已知函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)+B\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则（　　）



A. $f(x)=3\cos\left(4x+\frac{\pi}{6}\right)+1$

B. 点 $\left(\frac{\pi}{16},1\right)$ 是 $f(x)$ 图象的一个对称中心

C. $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{5\pi}{16}+\frac{k\pi}{2},-\frac{\pi}{16}+\frac{k\pi}{2}\right](k\in\mathbf{Z})$

D. 若实数 x_1,x_2 满足 $f(x_1)=f(x_2)=\frac{5}{2}$，则 $|x_1-x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{6}$

11. 若将函数 $f(x)=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的图象，则下列说法正确的是（　　）

A. $g(x)=\sqrt{2}\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

B. $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减

C. 若 $f(x)$ 在 $[0,a]$ 上有且仅有 2 个零点，则实数 a 的取值范围是 $\left[\frac{7\pi}{8},\frac{11\pi}{8}\right)$

D. 若 $g(x)$ 在 $[0,t]$ 上的最大值为 $g(0)$，则实数 t 的最大值为 $\frac{5\pi}{6}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知 $\alpha,\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$3\sin\beta-\cos\alpha=\sqrt{3}$，$\sin\alpha+3\cos\beta=2$，则 $\alpha-\beta=$_____.

13. 已知函数 $f(x)=3\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{12}\right)$ 内单调递增，则 ω 的最大值是_____.

14. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$，其中 $\omega>0$，$0<\varphi<\pi$，且 $f(x)\leqslant f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 恒成立.若 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 内恰有 3 个零点，则 ω 的取值范围是_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（13 分）已知 $\sin x-2\cos x=0$.

（1）求 $2\sin^2x-\sin x\cos x+\cos^2x$ 的值；

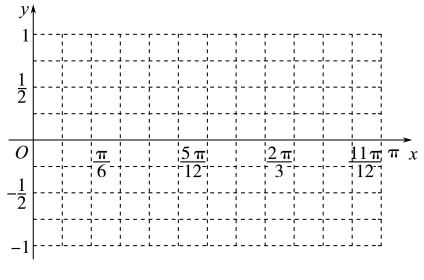
（2）求 $\frac{2\sin^3x-\cos x}{\sin x+2\cos^3x}$ 的值.

16.（15 分）设 $x\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<0\right)$ 的最小正周期为 π，且 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（1）求 ω 和 φ 的值；

（2）在给定的坐标系中作出函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的图象；

（3）若 $f(x)>\frac{\sqrt{2}}{2}$，求 x 的取值范围.



17.(15 分)已知 $0\leqslant\varphi\leqslant\pi$,函数 $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(2x+\varphi)+\sin^2 x$.

(1)若 $f(0)=\frac{3}{4}$,求 φ 的值;

(2)若 $\varphi=\frac{\pi}{6}$,求 $f(x)$的单调递增区间.

18.(17 分)已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,0<\omega<5,|\varphi|<\pi)$,且 $f\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=f(x)$,$f\left(\frac{3\pi}{4}-x\right)+f(x)=0$,$f\left(\frac{\pi}{8}\right)=2$.

(1)求 ω 的值;

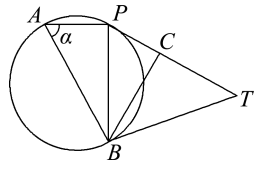
(2)求 $f(x)$在区间$[0,\pi]$上的单调递减区间;

(3)若关于 x 的方程$[f(x)]^2-2af(x)+a^2-1=0$ 在区间$[0,\pi]$上有且仅有 4 个不同的实数解,求实数 a 的取值范围.

19.(17 分)如图,点 P 在直径 $AB=1$ 的圆的弧 AB 上移动(点 P 不与 A,B 重合),过点 P 作圆的切线 PT,且 $PT=1$,$\angle PAB=\alpha$.过点 B 作 $BC\perp PT$ 于点 C.

(1)当 α 为何值时,四边形 $ABTP$ 的面积最大?

(2)求 $PA+PB+PC$ 的取值范围.



班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

模块测试卷

（考查范围：必修　第一册　时间：120分钟　分值：150分）

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集 $U=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，集合 $A=\{-1,2\}$，$B=\{x\mid x^2-3x=0\}$，则 $\complement_U(A\cup B)=$（　　）

A.$\{1,3\}$　　B.$\{0,1,3\}$

C.$\{-2,1\}$　　D.$\{-2,0,1\}$

2. “$m=-2$ 或 $m=3$”是“幂函数 $f(x)=(m^2-m-5)x^{m^2+m-3}$ 在$(0,+\infty)$上是减函数”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.充要条件

C.必要不充分条件　　D.既不充分也不必要条件

3. 命题“$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+2\leqslant 0$”的否定是（　　）

A.$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+2>0$　　B.$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+2\leqslant 0$

C.$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+2>0$　　D.$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+2\geqslant 0$

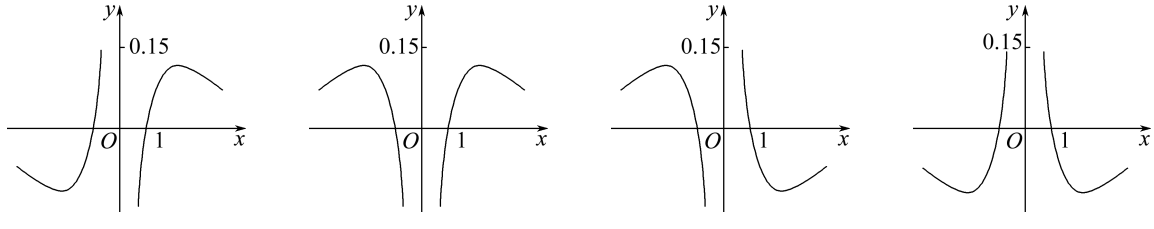
4. 已知函数 $f(x)=2\cos(2x+\varphi)\left(0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后，得到函数 $g(x)$ 的图象.若 $g(x)$ 的图象关于原点对称，则 $\varphi=$（　　）

A.$\frac{\pi}{3}$　　B.$\frac{\pi}{4}$　　C.$\frac{\pi}{6}$　　D.$\frac{\pi}{12}$

5. 设 α 为锐角，若 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{4}{5}$，则 $\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$ 的值为（　　）

A.$\frac{12}{25}$　　B.$\frac{24}{25}$　　C.$-\frac{24}{25}$　　D.$-\frac{12}{25}$

6. 函数 $y=\frac{\ln|x|}{x^2+2}$ 的图象大致为（　　）



A　　B　　C　　D

7. 已知函数 $f(x)=\log_2(x^2+2x)$，则下列结论正确的是（　　）

A.$f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$　　B.$f(x)$ 的值域是$[0,+\infty)$

C.$f(x)$ 是偶函数　　D.$f(x)$ 的单调递减区间是$(-\infty,-2)$

8. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的偶函数，若 $\forall a,b\in[0,+\infty)$，且 $a\neq b$，都有 $\dfrac{af(a)-bf(b)}{a-b}<0$ 成立，则不等式 $f\left(\dfrac{1}{t}\right)-(2t^2-t)f(2t-1)>0$ 的解集为 （　　）

A. $(-1,0)\cup\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$　　B. $\left(-\dfrac{1}{2},0\right)\cup(1,+\infty)$

C. $(-\infty,-1)\cup\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)\cup(1,+\infty)$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知 $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x$，下列关于该函数的说法错误的是 （　　）

A. $f(x)$ 的最小正周期为 2π

B. $f(x)$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增

C. 当 $x\in\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right]$ 时，$f(x)$ 的取值范围为 $\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{4},\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right]$

D. 函数 $f(x)$ 的图象可由函数 $g(x)=\dfrac{1}{2}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{8}$ 个单位长度得到

10. 下列不等式成立的是 （　　）

A. $\log_2 3<\log_2 5$　　B. $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{1}{5}}<\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$

C. $2^{0.3}>\log_3 2$　　D. $\log_2 3>\log_3 4$

11. 已知函数 $f(x)=\log_4(1+4^x)-\dfrac{1}{2}x$，则下列说法正确的是 （　　）

A. 函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称

C. 函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是减函数

D. 函数 $f(x)$ 的值域为 $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{(\log_2 x)^2-1}}$ 的定义域为_____.

13. $\dfrac{1+\cos 20^\circ}{2\sin 20^\circ}-\sin 10^\circ\times\left(\dfrac{1}{\tan 5^\circ}-\tan 5^\circ\right)=$_____.

14. 已知正实数 a,b 满足 $a+b=4$，则 $\dfrac{1}{a+1}+\dfrac{1}{b+3}$ 的最小值为_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15.(13 分)已知集合 $A=\{x\mid a-1<x<2a+1\}$，函数 $y=\lg(x-x^2)$的定义域为集合 B.

(1)若 $a=1$，求集合 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)$；

(2)若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 a 的取值范围.

16.(15 分)已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)=\dfrac{-2^x+b}{2^{x+1}+a}$是奇函数.

(1)求 a，b 的值；

(2)判断并证明函数 $f(x)$的单调性；

(3)若对任意的 $t\in\mathbf{R}$，不等式 $f(2kt^2+kt)+f(kt-kt^2+1)<0$ 恒成立，求 k 的取值范围.

17.(15 分)已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0\leqslant\varphi\leqslant\pi)$为偶函数，且其图象上相邻的一个最高点和最低点之间的距离为$\sqrt{4+\pi^2}$.

(1)求函数 $f(x)$的解析式；

(2)若 $\tan\alpha+\dfrac{1}{\tan\alpha}=5$，求$\dfrac{\sqrt{2}f\left(2\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)-1}{1-\tan\alpha}$的值.

18.(17 分)回顾巴黎奥运会,中国元素随处可见.这个盛夏,“中国智造”不仅为巴黎奥运会注入了新动力,也向世界展示了中国向“新”而行的活力,让人们在享受比赛的同时,感受到中国发展的脉搏.巴黎奥组委的数据显示,本届奥运会 80%的吉祥物产自中国.据调查,国内某公司出售一款巴黎奥运会吉祥物,需要固定投入 300 万元费用.假设购进该款产品全部售出.若以 80 元的单价出售,可售出 15 万件,且每降价 1 元,销量增加五千件.若购进该产品数量不超过 30 万件,则经销商按照每件 30 元的成本收费;若购进 30 万件以上,则直接与玩具公司合作,以全新方式进行销售,此时利润 $P(x)$(单位:万元)与销量 X(单位:万件)的关系为 $P(x)=-x-\dfrac{2\ 500}{x+10}+1\ 000$.

(1)当购进产品数量为 10 万件时,利润是多少?

(2)写出利润 $W(x)$关于购进产品数量 x(单位:万件)的函数解析式?(利润=销售收入-成本)

(3)购进并销售产品多少万件时,利润最大?此时利润是多少?

19.(17 分)已知函数 $f(x)=\ln(e^x-1)-\ln(e^x+1)$.

(1)求函数 $f(x)$的定义域.

(2)试判断 $f(x)$的单调性,并说明理由.

(3)定义:若函数 $F(x)$在区间$[m,n]$上的值域为$[m,n]$,则称区间$[m,n]$是函数 $F(x)$的“完美区间”.若函数 $g(x)=f(x)+\ln b$ 存在“完美区间”,求实数 b 的取值范围.